

Festival matematike "Split 2015."
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 15. svibnja 2015.

ALFA

List - 1

Točan odgovor: 10 bodova

Pogrešan odgovor: - 5 bodova

Bez odgovora: 0 bodova

- i^{2015} je jednako:
A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i
- Odredi najmanji prirodni broj djeljiv s 7 koji pri dijeljenju s 2, 3, 4, 5 i 6 daje ostatak 1.
A) 301 B) 302 C) 331 D) 299 E) 300
- Za četiri broja znamo da je zbroj prvog i drugog broja 11, zbroj drugog i trećeg broja 2.3, a zbroj trećeg i četvrtog broja 8.4. Kolika je polovina zbroja prvog i četvrtog?
A) 8.65 B) 7.65 C) 8.35 D) 8.55 E) 9.55
- Koliki kut zatvaraju velika i mala kazaljka sata u 8 sati i 19 minuta?
A) 120° B) 127.5° C) 135.5° D) 140° E) 135°
- Zbroj dvaju brojeva je 168, a njihov najveći zajednički djelitelj je 24. Koliko ima takvih parova brojeva?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
- Kojom znamenkom možemo zamijeniti * u umnošku $46* \cdot 46$, tako da umnožak bude djeljiv sa 6, a ne bude djeljiv sa 12?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
- Banka je za uplaćen iznos od 840 kn zaračunala 1.2% provizije. Koliko je kuna potrebno platiti za proviziju?
A) 1.2 kn B) 10.08 kn C) 10.8 kn D) 100.8 kn E) 120 kn
- U kesici su kuglice crvene, bijele i plave boje. Na koliko se različitih načina može poredati 8 kuglica iz kesice?
A) 3 B) 8 C) 512 D) 6561 E) 32768

Festival matematike "Split 2015."
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 15. svibnja 2015.

9. Površina kvadrata kojem su koordinate vrhova $A(4, -2)$ i $C(-5, 3)$ jednaka je

- A) $10\sqrt{2}$ B) $\frac{10}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D) $\sqrt{2}$ E) 100

10. Koliko litara 90% soka treba dodati 1 litri vode da se dobije 50% sok?

- A) 1.25 B) 1.5 C) 1.8 D) 1 E) 9

11. Dana je funkcija $f(x) = ax^5 - bx^4 + cx - 1$. Ako je $f(-2) = 5$ onda je $f(2)$ jednako

- A) -7 B) -5 C) -3 D) -1 E) 2

12. Ako je $(1 - i)^5 = a + bi$ onda je

- A) $a - b = 1$ B) $a + b = 0$ C) $a + b = 1$ D) $a + b = -1$ E) $a - b = 0$

13. Masa građevinske cigle je 4kg. Kolika je masa cigle – igračke napravljene od istog materijala kojoj su dimenzije manje 4 puta?

- A) 4kg B) 1kg C) 250g D) 62.5g E) 0.5g

14. Napravljen je koktel od tri pića tako da se u 10 litara prvog pića ulije 4 litre drugoga i 6 litara trećega. Ako se odliju 3 litre količina trećeg pića koja je ostala u posudi bit će:

- A) 5.5 l B) 3.6 l C) 4.5 l D) 5.1 l E) 6 l

15. Zbroj svih rješenja sustava

$$|x| + 2|y| = 5$$

$$2|x| - |y| = 5$$

jednak je:

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

Festival matematike "Split 2015."
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 15. svibnja 2015.

ALFA

List - 2

Točan odgovor:	20 bodova
Pogrešan odgovor:	- 10 bodova
Bez odgovora:	0 bodova

16. Površina omeđena koordinatnim osima i pravcima $y+2=0$ i $2x+3y=0$ je

- A) 6 B) 12 C) 8 D) 9 E) 15

17. Koji se broj na brojevnoj kružnici nalazi najbliže nuli?

- A) 42 B) 52 C) 62 D) 72 E) 82

18. Simetrala dužine \overline{AB} , $A(-4, 0)$, $B(0, -2)$ siječe apscisu u točki $M(m, 0)$, a ordinatu u točki $N(0, n)$. Tada je:

- A) $m + n = -\frac{2}{3}$ B) $m + n = 3$ C) $m + n = \frac{3}{2}$ D) $m + n = -2$ E) $m + n = 2$

19. Ostatak dijeljenja polinoma $P(x) = x^4 + 3x^2 - 2x + 7$ sa $x + 3$ je

- A) -52 B) -10 C) 25 D) 37 E) 121

20. Polumjer kružnice koja prolazi točkama $A(0,0)$, $B(0,2)$, $C(3,0)$ iznosi:

- A) 3 B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{17}$ D) $\sqrt{21}$ E) 5

21. Ako je $z = \frac{i-1}{i+1} + 3 + 5i$ onda je apsolutna vrijednost broja z jednaka:

- A) 4 B) $1 + \sqrt{34}$ C) 5 D) $\sqrt{45}$ E) $1 - \sqrt{5}$

22. Rješenje nejednadžbe $\log x^2 + \log^2 x < 3$ je interval:

- A) $\langle 10, 100 \rangle$ B) $\langle 0.001, 10 \rangle$ C) $\langle 0.01, 1 \rangle$ D) $\langle 0.1, 10 \rangle$ E) $\langle 1, 100 \rangle$

23. Umnožak rješenja jednadžbe $\log^2 x - \log(x^2) - 8 = 0$ iznosi:

- A) 100 B) 10 C) 1 D) 0.1 E) 0.01

Festival matematike "Split 2015."
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 15. svibnja 2015.

24. Aritmetički niz se sastoji od četiri člana a_1, a_2, a_3, a_4 . Prvi član je $a_1 = 1$. Izostavimo li drugi član niza, preostala tri člana a_1, a_3, a_4 čine geometrijski niz. Koliki je zbroj svih članova aritmetičkog niza?

- A) 5 B) 4.5 C) 3 D) 2.5 E) 2

25. Ako je $2^x = 15$ i $15^y = 32$. Tada je $x \cdot y$ jednako:

- A) 5 B) $\log_2 15 + \log_{15} 32$ C) $\log_2 47$ D) 7 E) $\sqrt{47} 2$

26. Zbroj svih troznamenkastih brojeva djeljivih s 5 i 3 iznosi:

- A) 26505 B) 32745 C) 26655 D) 32850 E) 32955

27. Dužina duljine 60 cm podijeljena je u omjeru 2 : 3 : 5. Najmanji dio ima duljinu:

- A) 6 cm B) 8 cm C) 12 cm D) 15 cm E) 16 cm

28. $(3 - \sqrt{6.25}) \cdot 0.125^{\frac{1}{3}} \cdot 0.0025^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ je jednako:

- A) 20 B) 2 C) 0.2 D) 8 E) $\frac{1}{2}$

29. Neka je $f(x) = \frac{x}{x-1}$, $g(x) = 1 - \frac{1}{x}$. Tada $g(f(x+1))$ iznosi:

- A) x B) $\frac{1}{1-x}$ C) $\frac{x}{x+1}$ D) $\frac{1}{x+1}$ E) $-\frac{1}{x+2}$

30. Ako svježe šljive sadrže 90% vode, a suhe 12% vode, koliko se suhih šljiva može dobiti od 264kg svježih?

- A) 25 B) 33 C) 30 D) 45 E) 83

Festival matematike "Split 2015."
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 15. svibnja 2015.

ALFA

List - 3

Točan odgovor:	30 bodova
Pogrešan odgovor:	-15 bodova
Bez odgovora:	0 bodova

31. Kolika je vjerojatnost da će slučajno odabran dvoznamenkasti broj biti relativno prost sa 100?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{1}{100}$ E) $\frac{2}{100}$

32. U kvadratnoj jednadžbi $x^2 + 4x + c = 0$ jednoznamenkasti koeficijent c je izabran slučajnim odabirom. Kolika je vjerojatnost da će ta jednadžba imati realna rješenja?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{1}$

33. Spremnici vode su oblika valjka jednake debljine stjenke. U jedan se spremnik može stati 8 puta više vode nego u drugi. Koliko je puta taj spremnik (prazan) teži od drugoga?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

34. Vrhovi paralelograma su $A(-3, -2, 0)$; $B(3, -3, 1)$; $C(5, 0, 2)$ i $D(-1, 1, 1)$. Kut između dijagonala je:

- A) 45° B) 70° C) 90° D) 120° E) 100°

35. Koliko troznamenkastih brojeva ima svojstvo da im je srednja znamenka geometrijska sredina ostale dvije znamenke?

- A) 9 B) 12 C) 14 D) 16 E) 25

36. Rješenje jednadžbe ${}^{3x+3}\sqrt{8^{25-11x}} \cdot {}^{5x+5}\sqrt{4^{10.5-41x}} = {}^{x+1}\sqrt{2^{265-x}}$

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 1 E) 8

37. Eiffelov toranj je visok 300 m. Izgrađen je od 8 000 t željeza. Kolika bi bila visina njemu sličnog tornja izgrađenog od točno 1 kg željeza?

- A) 3.75 m B) 0.0375 mm C) 3.375 m D) 0.375 m E) 1.5 m

Festival matematike "Split 2015."
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 15. svibnja 2015.

38. Izračunaj $\log_2 \left(\log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ korijena}} \right)$

- A) 2 B) -2 C) n D) -n E) 2n

39. Rješenja jednadžbe $(x + k)^2 - 5(x + 3k) + 57$ su recipročni brojevi ako je k:

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 2 E) 3

40. Koliki je ostatak ako se broj $(101)^{100}$ podijeli za 7?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

41. Radijus opisane sfere tetraedru duljine stranice 1 je:

- A) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $\sqrt{6}$ D) $\frac{6}{4}$ E) $2\sqrt{10}$

42. Ako je $A = \frac{4bc-a^2}{bc+2a^2}$, $B = \frac{4ca-b^2}{ca+2b^2}$, $C = \frac{4ab-c^2}{ab+2c^2}$ i $a + b + c = 0$. Onda je ABC jednako:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

43. Jedna stranica trokuta je nepomična, a nasuprotni vrh se pomiče po danom pravcu.

Težište tog trokuta se pomiče po:

- A) pravcu B) kružnici C) paraboli D) ne pomiče E) ništa od navedenog

44. Neka su A i X skupovi. $A \subseteq X \Rightarrow X \setminus (X \setminus A)$ jednako je

- A) A B) X C) $A \subseteq X$ D) $X \setminus A$ E) $X \Rightarrow X$

45. Posljednje dvije znamenke broja 7^{99}

- A) 99 B) 79 C) 09 D) 97 E) 07