

Festival matematike Split 2017.
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 12. svibnja 2017.



ALFA

List - 1

Točan odgovor:	10 bodova
Pogrešan odgovor:	- 5 bodova
Bez odgovora:	0 bodova

1. Ako je $z^2 = 1$ onda je z^{2017} jednako:

- A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

2. Dvoznamenkasti broj kome je znamenka desetica za dva veća od znamenke jedinica sedam puta je veći od zbroja svojih znamenaka. Taj broj je?

- A) 64 B) 42 C) 46 D) 86 E) 48

3. Koliko brojeva manjih od 111 ima dvije različite znamenke?

- A) 95 B) 84 C) 90 D) 100 E) 99

4. Ako različita slova predstavljaju različite znamenke koji se najmanji broj EF može dobiti kao rezultat?

- A) 17 B) 29 C) 37 D) 39 E) 49

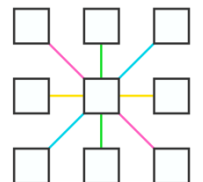
$$\begin{array}{r} A \quad B \\ + \quad C \quad D \\ \hline E \quad F \end{array}$$

5. Za koji x vrijedi $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$?

- A) ne postoji B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{6}$ E) 0

6. Upiši različite znamenke od 1 do 9 u kvadrate tako da zbrojevi tri broja uz sve četiri linije budu jednaki. Koji je najveći mogući zbroj koji se tako može dobiti?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19



7. Odabrana su tri proizvoljna prirodna broja od 1 do 20. Kolika je vjerojatnost da će njihov umnožak biti neparan broj?

- A) $\frac{14}{19}$ B) $\frac{15}{19}$ C) $\frac{16}{19}$ D) $\frac{17}{19}$ E) $\frac{18}{19}$

Festival matematike Split 2017.
 Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
 Split, 12. svibnja 2017.

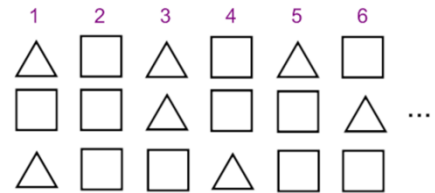


8. Koliko postoji skupova A za koje vrijedi: $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

9. Koliko će trokuta biti u 100tom stupcu?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



10. Dani su skupovi $A = \{2, 5, 6, 18, 20\}$ i $B = \{1, 2, 6, 20, 22\}$

Koji od skupova je: $((A \setminus B) \cup (B \setminus A)) \cap A$

- A) $\{2, 20\}$ B) $\{5, 20\}$ C) $\{5, 18\}$ D) $\{2, 6\}$ E) $\{6, 20\}$

11. Prosječan broj godina obitelji (otac, majka i nekoliko djece) je 18, ako oca koji ima 38 godina izuzmemo prosječan broj godina će biti 14. Koliko je djece u obitelji?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

12. Tina svaku godinu za Festival matematike pripremi 3 zadatka. Koliko različitih zadataka Tina mora imati tako da u 12 godina ne ponovi sva 3 zadatka?

- A) 3 B) 6 C) 12 D) 24 E) 36

13. Neka je dan skup U na slici.

Ako je $A = \{a: a \text{ ima četiri noge}\}$, $B = \{b: b \text{ je životinja}\}$

Koliko elemenata ima skup $A^c \cup B^c$?



- A) 9 B) 4 C) 8 D) 5 E) 7

14. Ako su a i b cijeli brojevi takvi da vrijedi $a^3 + b^3 = 2015$ koliko je $a + b$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. Dva člana ekipe su prva sjela za stol i odmah počeli piti CETINA vodu. I to: prvi član ekipe je popio pola boce, drugi član je popio pola onoga što je ostalo. Naizmjenično su nastavili piti vodu tako da popiju pola količine koja je u boci dok je nisu ispraznili.

Koliko je približno popio prvi član ekipe?

- A) 50% B) 67% C) 75% D) 84% E) 90%

Festival matematike Split 2017.
Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
Split, 12. svibnja 2017.



ALFA

List - 2

Točan odgovor:	20 bodova
Pogrešan odgovor:	- 10 bodova
Bez odgovora:	0 bodova

16. Koliko jednačba $|2 - |1 - |x||| = 1$ ima realnih rješenja ?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 4 E) 2

17. Koliko je $z^{101} + \frac{1}{z^{101}}$ ako je $z + \frac{1}{z} = 1$?

- A) 1 B) -1 C) 0 D) -2 E) 2

18. Izračunaj: $(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9})(1 - \frac{1}{16}) \dots (1 - \frac{1}{81})(1 - \frac{1}{100}) =$

- A) 10 B) 9 C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{13}{20}$

19. Za koje vrijednosti realnog parametra m polinom $f(x) = (2m + 1)x^2 - (2m + 1)x + m$ ima pozitivne vrijednosti za svaki realan broj x ?

- A) $m < -\frac{1}{2}$ B) $m > -\frac{1}{2}$ C) $m \leq -\frac{1}{2}$ D) $m \leq \frac{1}{2}$ E) $m > \frac{1}{2}$

20. Koliko čistog antifrizu treba dodati u 20 L 40% otopine antifrizu da se dobije 60% otopina?

- A) 10 L B) 12 L C) 9 L D) 20 L E) 15 L

21. Koliko (različitih) realnih rješenja ima jednačba $x = 1 - 2(1 - 2x^2)^2$?

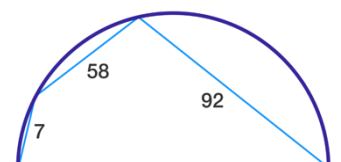
- A) 3 B) 5 C) 4 D) 2 E) 1

22. Na koliko načina možemo poredati u red tri različite crvene kuglice i dvije različite plave kuglice, ako moraju biti plave kuglice jedna pored druge?

- A) 10 B) 32 C) 40 D) 46 E) 48

23. Koliki je promjer polukruga na slici?

- A) 88 B) 112 C) 125 D) 184 E) 116



Festival matematike Split 2017.
 Ekipno natjecanje učenika osnovnih i srednjih škola
 Split, 12. svibnja 2017.



24. Koliko je $\frac{11! - 10!}{9!}$?

- A) 99 B) 100 C) 110 D) 121 E) 132

25. Zec pokušava pobjeći vuku. Trči 20 m pa skrene pod pravim kutom ili lijevo ili desno, pa opet trči 20 m i skrene ili lijevo ili desno... Koliko se ovakvim kretanjem najviše mogao udaljiti od početne točke neposredno prije četvrtog skretanja?

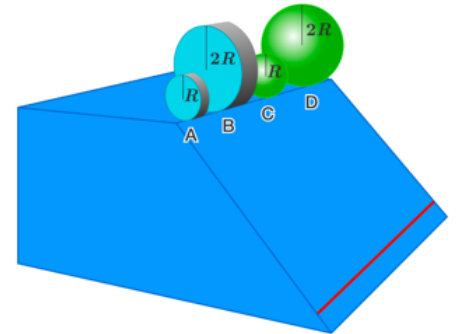
- A) $20\sqrt{5}$ m B) 80 m C) $40\sqrt{10}$ m D) $40\sqrt{2}$ m E) $40\sqrt{5}$ m

26. $3^{2017} - 3^{2016} = ?$

- A) 3^1 B) $3^1 \cdot 2$ C) 3^{2016} D) $3^{2016} \cdot 2$ E) 2017

27. Dva valjka i dvije sfere na slici, izrađene od istog materijala puste se istovremeno niz kosinu po kojoj se kotrljaju bez klizanja. Odredite redoslijed kojim će prijeći crtu na dnu kosine.

- A) $C=A<B=D$ B) $C=D<A=B$ C) $A<B<C<D$
 D) $A=B=C=D$ E) $C<A<D<B$

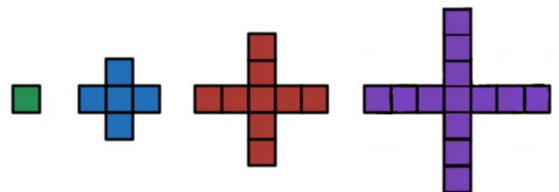


28. Je li broj $2^{2014} + 1007^4$ prost?

- A) nije moguće odrediti B) da C) ne D) potreban je kalkulator E) možda

29. Koliko kvadrata će biti na 20-toj slici?

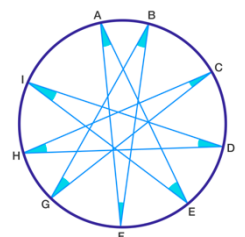
- A) 69 B) 73 C) 77
 D) 87 E) 101



30. Zadane su točke na kružnici kao na slici. Koliki je zbroj kutova

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I ?$$

- A) 30° B) 45° C) 90° D) 120° E) 180°



ALFA

List - 3

Točan odgovor:	30 bodova
Pogrešan odgovor:	- 15 bodova
Bez odgovora:	0 bodova

31. Dvije kugle polumjera 3 cm i 5 cm leže na ravnini Π . Na kojoj udaljenosti od Π valja položiti paralelnu ravninu koja siječe kugle, tako da opseg presjeka s prvom kuglom bude dvostruko manji od opsega presjeka s drugom?

- A) 9 cm B) $\frac{14}{3}$ cm C) $\frac{3}{14}$ cm D) $\frac{12}{5}$ cm E) 2 cm

32. Koliko rješenja ima jednačina $(z + 1)^5 = (z - 1)^5$?

- A) 3 B) 2 C) 4 D) 5 E) 1

33. Arsen treba stići s otoka Brača (B) u Makarsku (M). Mjesto polaska na Braču udaljeno je od Omiša (O) 10 km. Pretpostavimo da je Jadranska magistrala od Omiša do Makarske uz obalu pravocrtna i duga 50 km, te da na bilo kojem mjestu uz obalu može pristati brod. Kut $\angle BOM$ približno je pravi kut. Arsen najprije putuje brodom brzinom 9 km/h do neke točke A na magistrali, a zatim nastavlja automobilom brzinom 41 km/h. Odredite mjesto prekrcaja (A) na magistrali kako bi put BAM Arsen prevalio za što kraće vrijeme. Koliko traje to putovanje?

- A) 3h 2' B) 2h 18' C) 2h 3' D) 2h 30' E) 1h 55'

34. Pravci $-ax + y - 3 = 0$ i $x - by + 2 = 0$ sijeku se u središtu kružnice $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 10 = 0$. Kut između tih pravaca iznosi:

- A) $35^\circ 30'$ B) $46^\circ 30'$ C) $40^\circ 30'$ D) 55° E) 45°

35. Zadane su dvije relacije $|x - y| = 1$ i $x^2 = 4$. Površina lika što ga u koordinatnom sustavu određuju dijelovi pripadnih grafova iznosi:

- A) 10 B) 12 C) 10.5 D) 6 E) 8

36. Zadana je jednačina $mx^2 - 2(m + 1)x + m + 3 = 0$. Odredi m tako da vrijedi $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$ gdje su x_1, x_2 rješenja te jednačine.

- A) 1 B) 2 C) -1 D) -2 E) 4

37. Vrijednost razlomka $\frac{-42x^2 - 28x^3 + 14x^4}{14x^2(x-3)(x+1)}$ iznosi

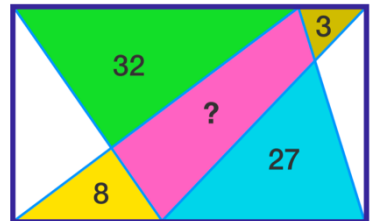
- A) -1 B) 1 C) 2 D) 7 E) 14

38. Koliko je $(\vec{a} - \vec{b})^2$ ako je $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 4$ i kut između vektora 135° ?

- A) 45° B) 60° C) 40° D) 36° E) 16°

39. Odredite površinu dijela pravokutnika obojanog rozom bojom.

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25
E) ne može se izračunati jer nema dovoljno podataka



40. Koliko ima uređenih parova (a, b) prirodnih brojeva od 1 do 100 (uključujući i te brojeve) za koje vrijedi: $a^b = b^a$?

- A) 2 B) 50 C) 100 D) 52 E) 102

41. Josipa je uložila 1000kn na štednju uz godišnju kamatu od 10% i složeno ukamaćivanje. Istovremeno Tina je uložila 2000kn uz godišnju kamatu od 5% i složeno ukamaćivanje. Koliko će Josipa zaraditi više od Tine nakon dvije godine?

- A) Tina će zaraditi više B) zaradit će isto C) 1kn D) 3kn E) 5kn

42. Broj pozitivnih cijelih rješenja jednadžbe $x + y + z = 12$ je

- A) 55 B) 44 C) 65 D) 74 E) 95

43. Koliko ima osmeroznamenastih brojeva kojima je zbroj znamenaka 4?

- B) 198 B) 120 C) 156 D) 105 E) 160

44. Perlice za narukvice su sfere polumjera 5 mm s rupom u sredini polumjera 3 mm. Koliki je obujam materijala koji se odstranio iz perlice bušenjem?

- A) $\frac{256\pi}{3}$ B) $\frac{500\pi}{3}$ C) $\frac{244\pi}{3}$ D) 120π E) $\frac{\pi}{3}$

45. Ako je oplošje hipersfere (kugle u 4 dimenzije) $2\pi^2R^3$ što bi bio obujam hipersfere?

- A) $\frac{2\pi^2R^4}{2}$ B) $2\pi^2R^4$ C) $\frac{2\pi^2R^4}{3}$ D) $\frac{4\pi^2R^4}{3}$ E) $6\pi^2R^4$